

Séries de Fourier

⑤

Soit f une fonction périodique de période T , définie sur $[-T/2, T/2]$, l'expression:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n x}{T} + b_n \sin \frac{2\pi n x}{T} \right)$$

est la série de Fourier de f .

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \cos \frac{2\pi n x}{T} dx \quad n=0, 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \sin \frac{2\pi n x}{T} dx \quad n=1, 2, \dots$$

On peut aussi écrire : $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$; $\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$

On obtient :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{2i\pi n x / T}$$

avec

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) e^{-2i\pi n x / T} dx$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} a_n = c_n + c_{-n} \\ b_n = i(c_n - c_{-n}) \end{cases} ; \quad a_0 = 2c_0$$